

बहुलक या भ्रूयिष्ठक (Mode)

समंस्क श्रेणी में जिस पद-मूल्य की आवृत्ति सबसे अधिक हो बहुलक कहलाता है। अर्थात् सबसे अधिक बार आने वाले पद को भ्रूयिष्ठक या बहुलक कहा जाता है। बहुलक को Z या M_0 से प्रदर्शित करते हैं।

भ्रूयिष्ठक/बहुलक ज्ञात करने की विधियाँ—

व्यक्तिगत श्रेणी में भ्रूयिष्ठक ज्ञात करने के लिए निरीक्षण विधि का प्रयोग किया जाता है। निरीक्षण द्वारा देखा जाता है कि कौन सा पद समंस्क श्रेणी में अधिक बार आया है। जो पद सबसे अधिक बार आया हो वह उस समंस्क श्रेणी का बहुलक होता है।

जैसे— एक कक्षा में छात्रों का प्राप्तांक का बहुलक ज्ञात करना हो
 15, 12, 17, 12, 15, 14, 12, 18, 17, 12, 13, 17
 इसमें 12 संख्या अधिक बार (4) आयी है अतः यह बहुलक होगा।

यदि व्यक्तिगत श्रेणी में पदों की संख्या अधिक हो तो इस श्रेणी को खण्डित श्रेणी में बदलकर सबसे अधिक आवृत्ति वाले पद को ज्ञात करते हैं वही उस श्रेणी का बहुलक होगा।

जैसे— जूतों का आकार 2, 3, 4, 6, 8, 3, 4, 6, 7, 4, 3, 2, 6, 8, 4, 6, 7, 3, 6, 8, 4, 3, 6 में बहुलक ज्ञात कीजिए।

हल— जूतों का आकार— 2 3 4 6 7 8
 आवृत्ति — 2 5 5 6 2 3

इसमें सबसे अधिक आवृत्ति 6 नं० के जूते की है। अतः 6 बहुलक होगा।

खाण्डित श्रेणी में बहुलक

खाण्डित श्रेणी में बहुलक निकालने के लिए दो विधियों का प्रयोग होता है - (i) निरीक्षण के द्वारा (ii) समूहीकरण द्वारा

विच्छिन्न श्रेणी में सामान्यतः निरीक्षण विधि का प्रयोग नहीं होता है। यह तभी प्रयोग होता है जब श्रेणी के पदमाला में नियमितता हो और उसके पद सजातीय हों।

जैसे - कक्षा में बच्चों की ~~संख्या~~ ऊंचाई (cm) 140 150 160 170 180 185
संख्या - 2 4 8 5 3 1

श्रेणी के निरीक्षण से स्पष्ट है कि 160 सेमी. की आवृत्ति सबसे अधिक 8 बार है अतः $Z = 160$ सेमी होगा।

समूहीकरण द्वारा - जब श्रेणी अनियमित हो, कई आवृत्ति समान हो और अधिकतम हो तो बहुलक निकालने के लिए समूहीकरण किया जाता है फिर इसका विश्लेषण कर श्रेणिक ज्ञात किया जाता है।

समूहीकरण में आकृतियों का समूहीकरण किया जाता है सामान्यतः कुल 6 खाने बनाये जाते हैं। समूहीकरण का उद्देश्य बहुलक पद या बहुलक का ज्ञात करना होता है -

प्रथम खाना - वही हुई आकृति को लिखते हैं।

द्वितीय खाना - दो-दो आकृति को जोड़ कर आकृति लिखी जाती है।

तृतीय खाना - दो हुई आकृति में पहली आकृति को छोड़ कर दो-दो आकृति को जोड़ कर आकृति लिखा जाता है।

चतुर्थ खाना - पहले खाने की आकृति में तीन-तीन आकृति को जोड़ कर आकृति लिखा जाता है।

पंचम खाना - पहले खाने के पहली आकृति को छोड़ तीन-तीन आकृति का जोड़ लिखा जाता है।

छठ खाना - पहले खाने के दो आकृति को छोड़ तीन-तीन आकृति का जोड़ लिखा जाता है।

इसके बाद विश्लेषण साठगी बनाया जाता है।

विश्लेषण सारणी

स्तम्भ सं०	अधिक आहारी काले पद					
1						
2						
3						
4						
5						
6						
पदों की सं०						

उदाहरण - पद मूल्य - 10 20 30 40 50 60 70 80
 आवृत्ति - 5 6 8 7 9 8 9 6

हल - बहुलक ज्ञात करने के लिए समूहीकरण करना होगा क्योंकि सबसे अधिक आवृत्ति 9 है जो दो बार आयी है।

पद मूल्य	खाना-1	खाना-2	3	4	5	6
10	5	5] 11		5]		
20	6	6]	6] 14	6] 19	6] 21	8]
30	8	8] 15	8]	8]	7] 24	7] 24
40	7	7]	7] 16	7]	9]	9]
50	9	9] 17	9] 17	9] 24	9]	9]
60	8	8]	8]	8]	8] 26	8] 23
70	9	9] 15	9]	9]	9]	9]
80	6	6]				6]

विश्लेषण सारणी -

स्तम्भ सं०	30	अधिकतम आहारी काले पद			70	80
		40	50	60		
1			✓		✓	
2			✓	✓	✓	
3				✓	✓	
4		✓	✓	✓	✓	
5			✓	✓		
6	✓	✓	✓			
पदों की सं०	1	2	5	4	3	

सबसे अधिक आहारी 5 है जो 50 की है अतः सबका बहुलक 50 होगा।

सतत श्रेणी का बहुलक - यदि निरीक्षण द्वारा बहुलक वर्ग स्पष्ट न हो तो सतत श्रेणी का बहुलक निकालने के लिए सबसे पहले समीकरण द्वारा बहुलक वर्ग ज्ञात किया जाता है फिर बहुलक के निम्नलिखित सूत्र द्वारा बहुलक ज्ञात किया जाता है -

$$z = l_1 + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times (l_2 - l_1)$$

जहाँ $z =$ बहुलक
 $l_1 =$ बहुलक वर्ग की निम्न सीमा
 $l_2 =$ बहुलक वर्ग की उच्च सीमा
 $f_1 =$ बहुलक वर्ग की आवृत्ति
 $f_0 =$ बहुलक वर्ग के पहले वर्ग की आवृत्ति
 $f_2 =$ बहुलक वर्ग के बाद वाले वर्ग की आवृत्ति
 $(l_2 - l_1) = i$ भी लिखा जा सकता है जो वर्गान्तर है।

यदि निरीक्षण द्वारा बहुलक वर्ग स्पष्ट हो जाये तो बहुलक ज्ञात करने के लिए उपर्युक्त सूत्र का ही प्रयोग किया जाता है।

उदाहरण - किसी परीक्षा का प्राप्तांक वितरण दिया है। बहुलक ज्ञात कीजिए -

प्राप्तांक	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
हाथों की सं०	6	9	15	10	10

हल - निरीक्षण से स्पष्ट है बहुलक वर्ग 20-30 है क्योंकि इस वर्ग की आवृत्ति सबसे अधिक है।

$$f_0 = 10-20 \text{ वर्ग की आवृत्ति} = 9$$

$$f_1 = 20-30 \text{ वर्ग की आवृत्ति} = 15$$

$$f_2 = 30-40 \text{ वर्ग की आवृत्ति} = 10$$

$$l_1 = 20$$

$$l_2 = 30$$

$$z = l_1 + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times (l_2 - l_1)$$

$$= 20 + \frac{15 - 9}{2 \times 15 - 9 - 10} \times (30 - 20)$$

$$= 20 + \frac{6}{30 - 19} \times 10$$

$$= 20 + \frac{6}{11} \times 10$$

$$= 20 + \frac{60}{11}$$

$$= 20 + 5.45$$

$$= 25.45 \text{ बहुलक}$$

उदाहरण - निम्नलिखित सारणी का बहुलक ज्ञात कीजिए -

पद	0-5	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30	30-35
आवृत्ति	1	2	10	4	10	9	2

दल - इस श्रेणी में अधिक आहटि 10 के दो वर्ग हैं अतः समूहीकरण करना होगा।

समूहन

पद	आहटि					
	1	2	3	4	5	6
0-5	1	1] 3		1] 13		
5-10	2	2]	2] 12	2] 13	2] 16	
10-15	10	10] 14	10]	10]	10] 16	10]
15-20	4	4]	4] 14	4] 23	4]	4] 24
20-25	10	10] 19	10]	10] 23	10] 21	10]
25-30	9	9]	9] 11	9]	9]	
30-35	2		2]		2]	

विलेखन सारणी

स्तम्भ सं०	अधिकतम आहटि वाला वर्ग				
1	10-15		20-25		
2			20-25	25-30	
3		15-20	20-25		
4		15-20	20-25	25-30	
5			20-25	25-30	
6	10-15	15-20	20-25	25-30	30-35
योग	2	3	6	3	1

20-25 वाला वर्ग बहुलक वर्ग होगा क्योंकि यह 6 बार आया है।

अब सूत्र में रखने पर -

$$Z = l_1 + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times (l_2 - l_1)$$

$$l_1 = 20-25 \text{ वर्ग की निम्न सीमा} = 20$$

$$l_2 = \dots \text{ उच्च सीमा} = 25$$

$$f_1 = 20-25 \text{ वर्ग की आहटि} = 10$$

$$f_0 = 15-20 \text{ वर्ग की आहटि} = 4$$

$$f_2 = 25-30 \text{ वर्ग की आहटि} = 9$$

$$Z = 20 + \frac{10-4}{2 \times 10 - 4 - 9} \times (25-20)$$

$$= 20 + \frac{6}{7} \times 5$$

$$= 20 + \frac{30}{7}$$

$$= 20 + 4.28$$

$$= \underline{24.28 \text{ बहुलक}}$$