प्रमाप विचलन या मानक विचलन
(STANDARD DEVIATION)

इसके पूर्व हमने परास और माध्य विचलन को देखा किन्तु अपकिरण की इन मापों में कई दोष पाये जाते हैं। जैसे परास का चरम मानों पर अत्यधिक निर्भर होना, माध्य विचलन में ऋणात्मक विचलनों को भी धनात्मक मानना इत्यादि। मानक विचलन इन दोषों से मुक्त है और विचरणशीलता के आदर्श माप के वांछित गुणों को भी सन्तुष्ट करता है।

मानक विचलन या प्रमाप विचलन के अन्तर्गत हम सबसे पहले समंक मूल्यों के माध्य से विचलन ज्ञात करते हैं। फिर हम इन विचलन मानों का वर्ग ज्ञात करते हैं। अब इन विचलनों के वर्गों का औसत ज्ञात करते हैं। इन औसत को प्रसरण (Variance) की संज्ञा दी जाती है। इस प्रसरण का धनात्मक वर्गमूल मानक विचलन कहलाता है।

यदि आँकड़ों की कुल संख्या को N द्वारा व्यक्त किया जाय आँकड़ों के माध्य से विचलन को dx द्वारा व्यक्त किया जाय तो

माध्य से विचलन $dx = X - \bar{X}$

विचलन का वर्ग $dx^2 = (x - \bar{x})^2$

विचलन के वर्गों का योग $\Sigma dx^2 = \Sigma (x - \bar{x})^2$

विचलन वर्गों का औसत अथवा प्रसरण $= \dfrac{\Sigma dx^2}{N} = \dfrac{\Sigma (x - \bar{x})^2}{N}$

मानक विचलन $= +\sqrt{\dfrac{\Sigma (x - \bar{x})^2}{N}}$

मानक या प्रमाप विचलन को प्रतीक σ (स्माल सिग्मा) के द्वारा व्यक्त किया जाता है।

$$\boxed{\sigma = +\sqrt{\frac{\Sigma (x - \bar{x})^2}{N}}}$$

प्रमाप विचलन किसी समंक के मूल्यों का माध्य के दोनों ओर बिखराव का माप है। समंक के व्यक्तिगत मूल्यों तथा माध्य का अंतर जितना अधिक होगा प्रमाप विचलन का मान भी उतना अधिक होगा अर्थात आँकड़ों का बिखराव उतना ही अधिक होगा।

प्रमाप विचलन को माध्य विभ्रम (Mean Error) अथवा माध्य वर्ग विभ्रम (Mean Square Error) अथवा माध्य विचलन वर्गमूल के नाम से भी जाना जाता है।

यदि माध्य का मान दशमलव में हो या आँकड़ों की संख्या अत्यधिक हो तो

$$\text{प्रमाप विचलन } \sigma = \sqrt{\frac{\Sigma x^2}{N} - \left(\frac{\Sigma x}{N}\right)^2}$$

यहाँ Σx = मूल्यों का योग

Σx^2 = मूल्यों के वर्गों का योग

यदि चरराशियों के मान अपेक्षाकृत बड़े हैं तो ऐसी स्थिति में हम चरराशि के विभिन्न मानों में से किसी एक मूल्य को कल्पित माध्य मान लेते हैं तथा चरराशि के मानों का माध्य से विचलन ज्ञात करते हैं। इसके लिए प्रमाप विचलन का सूत्र –

$$\text{प्रमाप विचलन } \sigma = \sqrt{\frac{\Sigma dx^2}{N} - \left(\frac{\Sigma dx}{N}\right)^2}$$

जहां $dx = X - A$ मानों का कल्पित माध्य से विचलन

$\Sigma dx = \Sigma(x - A)$ कल्पित माध्य से मूल्यों के विचलन का योग

$\Sigma dx^2 = \Sigma(x - A)^2$ कल्पित माध्य से मूल्यों के विचलनों के वर्गों का योग

दो श्रेणियों या समंकों की विचरणशीलता की तुलना के लिए विचरण गुणांक ज्ञात किया जाता है। यह विचरण गुणांक मानक विचलन को माध्य से भाग देने पर प्राप्त होता है।

$$\boxed{\text{विचरण गुणांक C.V.} = \frac{\sigma}{\bar{x}}}$$

जहाँ σ = समंक का प्रमाप विचलन

$\bar{x}$ = समंक का माध्य

प्रमाप विचलन ज्ञात करने की चार विधियां हैं -

1. प्रत्यक्ष विधि - माध्य प्राप्त कर उससे विचलन ज्ञात करते हैं।

2. लघु विधि - कल्पित माध्य से विचलन ज्ञात करते हैं।

3. मूल्य वर्ग विधि -

4. पद विचलन विधि - $\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma f d_x^2}{N} - \left(\frac{\Sigma f d_x}{N}\right)^2} \times i$

प्रत्यक्ष विधि

यदि समंकमाला का समान्तरमाध्य पूर्णांक में आता है तो यह विधि का प्रयोग सरल होता है।

(i) माध्य $\bar{x}$ निकाल लेते हैं।
(ii) माध्य से समंक के पदों का विचलन $(x - \bar{x} = d)$ निकालते हैं।
(iii) d^2 ज्ञात कर Σd^2 ज्ञात करते है।
(iv) $\frac{\Sigma d^2}{N}$ निकालते हैं
(v) $\frac{\Sigma d^2}{N}$ का वर्गमूल निकाल लेते हैं। यह प्रमाप विचलन होता है।

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma (x - \bar{x})^2}{N}} \text{ या } \sqrt{\frac{\Sigma d_x^2}{N}} \text{ या } \sqrt{\frac{\Sigma f d_x^2}{N}}$$

लघु विधि

समंक के मान बड़े-बड़े हो
समान्तर माध्य पूर्णांक में न हो तो (i) पदमाला के मूल्यों में से किसी पद को कल्पित माध्य A मान लेते हैं।

(ii) कल्पित माध्य से विचलन निकालते है। d_x फिर इनका योग Σd_x ज्ञात कर लेते हैं।
(iii) विचलनों का वर्ग ज्ञात कर (d_x^2) उनका योग कर लेते है (Σd_x^2)
(iv) $\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma d_x^2}{N} - \left(\frac{\Sigma d_x}{N}\right)^2}$ ज्ञात कर लेते हैं।

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma f d_x^2}{N} - \left(\frac{\Sigma d_x}{N}\right)^2}$$

$[d_x = (x - A \text{ या } \bar{x})]$

यदि $\bar{x}$ पूर्णांक है तो लेते है अन्यथा A = उस मूल्य को जिसकी आवृत्ति सबसे अधिक हो।

मूल्य वर्ग विधि

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma x^2}{N} - \left(\frac{\Sigma x}{N}\right)^2}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma fx^2}{N} - \left(\frac{\Sigma fx}{N}\right)^2}$$

पद विचलन विधि

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma fd_s^2}{N} - \left(\frac{\Sigma fd_s}{N}\right)^2} \times i$$

माध्य $\bar{X} = a + \frac{\Sigma fd_s}{N} \times i$ $\left(d_s = \frac{x-A}{i}\right)$

यहां i = वर्ग अन्तराल

A = जिस रूप की आवृत्ति सबसे अधिक हो उसको मान लिया जाता है

उदाहरण –

आयु	आवृत्ति	मध्य बिन्दु x	$d_s = \frac{x-A}{i}$	fd_s	fd_s^2
5–7	7	6	$\frac{6-12}{3} = -2$	−14	$7 \times -2^2 = 28$
8–10	12	9	$\frac{9-12}{3} = -1$	−12	$12 \times -1^2 = 12$
11–13	19	A– 12	$\frac{12-12}{3} = 0$	0	$19 \times 0^2 = 0$
14–16	10	15	$\frac{15-12}{3} = 1$	10	$10 \times 1^2 = 10$
17–19	2	18	$\frac{18-12}{3} = 2$	4	$2 \times 2^2 = 8$
	N=50			$\Sigma fd_s = -12$	$\Sigma fd_s^2 = 58$

प्रमाप विचलन $\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma fd_s^2}{N} - \left(\frac{\Sigma fd_s}{N}\right)^2} \times i$ $i = 3$

$$= \sqrt{\frac{58}{50} - \left(\frac{-12}{50}\right)^2} \times i$$

$$= \sqrt{1.16 - (-.24)^2} \times 3$$

$$= \sqrt{1.16 - .0576} \times 3$$

$$= \sqrt{1.1024} \times 3$$

$$= 1.05 \times 3 = 3.15 \text{ Ans}$$