(अमित कुमार सिंह)
असिस्टेंट प्रोफेसर-अर्थशास्त्र
शहीद मंगल पाण्डेय राजकीय महिला महाविद्यालय
बलिया

अनुप्रस्थ आकड़ों का रेखाचित्रीय प्रदर्शन
(Cross-Section data)

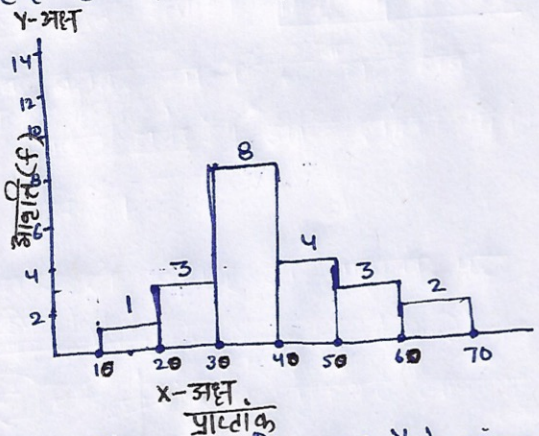
अनुप्रस्थ आकड़े या समंक एक ही समय से सम्बंधित होते हैं। जैसे- किसी परीक्षा में छात्रों के प्राप्तांकों का समंक। इन आकड़ों को आवृत्ति सारणी या आवृत्ति वितरण के द्वारा प्रदर्शित किया जाता है। इन आवृत्तियों को निम्नलिखित आरेखों के माध्यम से प्रदर्शित किया जाता है—

- आयत चित्र (Histogram)
- आवृत्ति बहुभुज (Frequency Polygon)
- आवृत्ति वक्र (Frequency Curve)
- संचयी आवृत्ति वक्र (Cumulative Frequency Curve)

आयत चित्र (Histogram)

आयत चित्र बनाने के लिए किसी दिये गये समंक को आवृत्ति वितरण के अनुसार व्यवस्थित कर लेते हैं। उसके बाद स्वतन्त्र-चर को X-अक्ष पर तथा आश्रित-चर को Y-अक्ष पर प्रदर्शित किया जाता है। इसके लिए एक आवृत्ति वितरण का उदाहरण लेते हैं जो निम्नवत है—

वर्गान्तर	आवृत्ति
10 – 20	1
20 – 30	3
30 – 40	8
40 – 50	4
50 – 60	3
60 – 70	2
	N=20



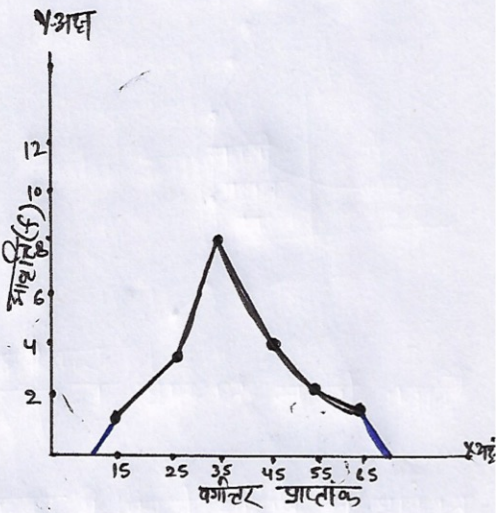
लिए गये आवृत्ति वितरण के अनुसार पैमाना मापते हुए (जैसे समंक की आवृत्ति तथा परास/रेंज हो) ~~समंक~~ आयत बनाते हैं। इसके लिए वर्गान्तरों के बीच इकाई का मानक मानते हुए आधार अक्ष पर इसे प्रदर्शित किया जाता है। इनसे सम्बंधित आवृत्ति को Y अक्ष पर दिखाया जाता है। जैसा- ऊपर के रेखाचित्र में दिखाया गया है।

(अमित कुमार सिंह)
असिस्टेंट प्रोफेसर-अर्थशास्त्र
शहीद मंगल पाण्डेय राजकीय महिला महाविद्यालय
बलिया

आवृत्ति बहुभुज (Frequency Polygon)

आवृत्ति बहुभुज से तात्पर्य ऐसी आकृति से होता है जिसमें कई भुजायें होती है और आकृति बन्द होती है। जैसे- पहाड़ के ऊची-चोटियों को मिला देने से आकृति बनती है। इस आकृति को बनाने के लिए वर्गान्तरों के मध्य मानों को x-अक्ष पर तथा उनकी आवृत्तियों को y-अक्ष पर दिखाते हैं। फिर इन विभिन्न वर्गान्तरों के मध्यमानों के ऊपर आवृत्तियों को आपस में सीधी रेखा से जोड़ देते हैं। लेकिन यह आकृति बन्द नही होती है इसके लिए पहले वर्गान्तर तथा अन्तिम वर्गान्तर के ~~पहले~~ पहले और बाद की आवृत्ति को शून्य माना जा सकता है, और इसी शून्य आवृत्ति से इस बहुभुज को दोनो तरफ आधार रेखा से जोड़ देते हैं। इस प्रकार आवृत्ति बहुभुज प्राप्त हो जाती है। आमत चित्र वाला ही उदाहरण लेते है —

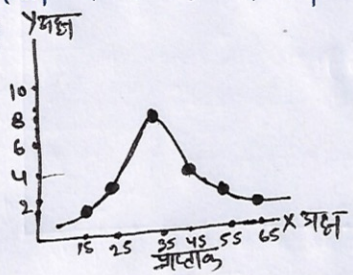
वर्गान्तर	मध्य	आवृत्ति
10 - 20	15	1
20 - 30	25	3
30 - 40	35	8
40 - 50	45	4
50 - 60	55	3
60 - 70	65	2



आवृत्ति वक्र (Frequency Curve)

आवृत्ति वक्र और आवृत्ति बहुभुज बनाने की समस्त प्रक्रिया समान है। इसमें बिन्दुओं को जोड़ने के लिए सीधी रेखा के स्थान पर एक सतत वक्र ~~की~~ का प्रयोग करते हैं।

ऊपर के उदाहरण को ही आकृति वक्र के रूप में दिखाया गया है—



(अमित कुमार सिंह)
असिस्टेंट प्रोफेसर-अर्थशास्त्र
शहीद मंगल पाण्डेय राजकीय महिला महाविद्यालय
बलिया

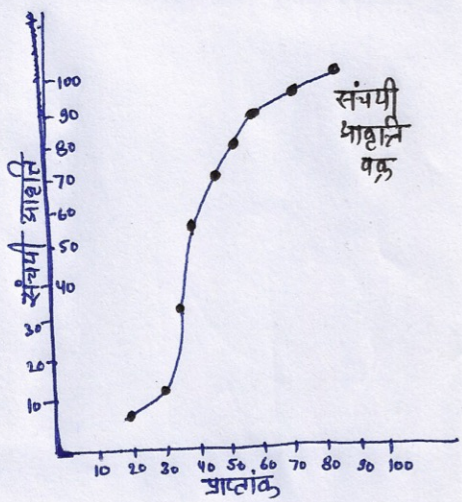
(अमित कुमार सिंह)
असिस्टेंट प्रोफेसर-अर्थशास्त्र
शहीद मंगल पाण्डेय राजकीय महिला महाविद्यालय
हरिद्वार

संचयी आवृत्ति वक्र (cumulative frequency curve)

जब किसी आवृत्ति वितरण के संचयी आवृत्तियों को लेकर वक्र बनाया जाता है तो इसे संचयी आवृत्ति वक्र कहते हैं।

संचयी आवृत्ति ज्ञात करने के लिए वर्गान्तरों की आवृत्तियों को जोड़ते जाते हैं। यदि किसी आवृत्ति वितरण में प्रथम वर्गान्तर की आवृत्ति 10 हो दूसरे वर्गान्तर की आवृत्ति 5 हो तो दूसरे वर्गान्तर तक संचयी आवृत्ति 10+5 = 15 होगी जबकि पहले वर्गान्तर की संचयी आवृत्ति 10 ही होगी क्योंकि उसके पहले कोई आवृत्ति नहीं है। एक उदाहरण लेते हैं—

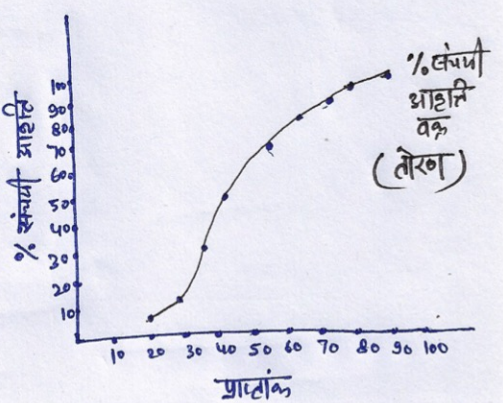
वर्गान्तर	आवृत्ति f	संचयी आवृत्ति cf
10–20	5	5
20–30	8	5+8 = 13
30–40	20	5+8+20 = 33
40–50	24	5+8+20+24 = 57
50–60	15	5+8+20+24+15 = 72
60–70	11	5+8+20+24+15+11 = 83
70–80	7	83+7 = 90
80–90	6	90+6 = 96
90–100	4	96+4 = 100
	N=100	



तोरण (Ogive)

जब संचयी आवृत्तियों को प्रतिशत में बदल कर उन प्रतिशत संचयी आवृत्तियों वक्र बनाते हैं तो इसे तोरण कहते हैं। ऊपर के उदाहरण में संचयी आवृत्ति को प्रतिशत बदलने पर—

वर्गान्तर	आवृत्ति	संचयी आवृत्ति	प्रतिशत संचयी आवृत्ति
10–20	5	5	$\frac{5}{100}\times100 = 5$
20–30	8	13	$\frac{13}{100}\times100 = 13$
30–40	20	33	$\frac{33}{100}\times100 = 33$
40–50	24	57	$\frac{57}{100}\times100 = 57$
50–60	15	72	$\frac{72}{100}\times100 = 72$
60–70	11	83	$\frac{83}{100}\times100 = 83$
70–80	7	90	$\frac{90}{100}\times100 = 90$
80–90	6	96	$\frac{96}{100}\times100 = 96$
90–100	4	100	$\frac{100}{100}\times100 = 100$



(अमित कुमार सिंह)
असिस्टेंट प्रोफेसर-अर्थशास्त्र
शहीद मंगल पाण्डेय राजकीय महिला महाविद्यालय

तोरण (Ogive) का प्रयोग शतांक, दशांक चतुर्थक, मध्यका प्रतिशतीय ~~क्रम~~ का निर्धारण सरलता एवं शीघ्रता से किया जा सकता है।

अपने से करें—

किसी आवृत्ति वितरण की सहायता से आयत चित्र, आवृत्ति बहुभुज तथा आवृत्ति वक्र एक ही चित्र में बनायें।